

The background features abstract, overlapping green geometric shapes, primarily triangles and polygons, in various shades of green, creating a modern and dynamic visual effect.

Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα

Εισαγωγή

Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ)

Θα γενικεύσουμε τα ΝΠΑ δίνοντάς τους (φαινομενικά) περισσότερες δυνατότητες.

Τα Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ) θα δούμε ότι τελικά είναι ισοδύναμα με τα ΝΠΑ και τις κανονικές εκφράσεις.

Αντίθετα με τα ΝΠΑ, τα ΜΠΑ δεν έχουν απολύτως καθορισμένες μεταβάσεις. Ανάλογα με τη συνάρτηση μετάβασης μπορούμε με το ίδιο σύμβολο να μεταβούμε σε περισσότερες από μία καταστάσεις, ή και να αλλάζουμε κατάσταση χωρίς σύμβολο!

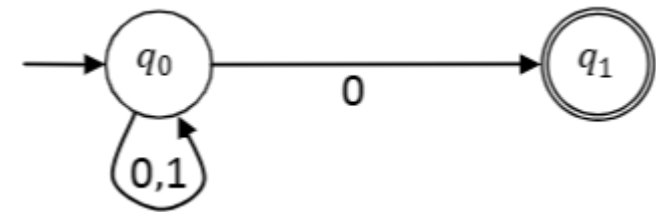
Επίσης είναι διαφορετικός ο τρόπος με τον οποίο μια συμβολοσειρά γίνεται αποδεκτή ή απορρίπτεται.

Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ)

Για τη γλώσσα $L_0 = \{x \in \{0, 1\}^* \mid \eta \ x \text{ τελειώνει σε } 0\}$, έχουμε το εξής μη ντετερμινιστικό αυτόματο:

Το αυτόματο έχει δύο καταστάσεις, την q_0 (αρχική), και την q_1 (τελική). Το αυτόματο αρχικά βρίσκεται στην q_0 . Όταν δίνεται μια συμβολοσειρά x , το αυτόματο ξεκινάει να τη διαβάζει σύμβολο-σύμβολο από τα αριστερά προς τα δεξιά. Ανάλογα με το τι διαβάζει και σε ποια κατάσταση βρίσκεται, τα βέλη μετάβασης καθορίζουν τις επιλογές για την επόμενη κατάσταση. Αν υπάρχει τρόπος να τελειώσει η συμβολοσειρά και το αυτόματο να βρίσκεται στην τελική κατάσταση, τότε αποδέχεται τη x (δηλαδή $x \in L_0$), διαφορετικά τη απορρίπτει (δηλαδή $x \notin L_0$).

Για παράδειγμα, όταν $x = 0010$ το αυτόματο διαβάζοντας το πρώτο 0, το αυτόματο έχει την επιλογή να μείνει στην q_0 ή να μεταβεί στην q_1 . Μπορούμε να παραμείνουμε στην q_0 μέχρι να δούμε το τελευταίο 0, οπότε και μεταβαίνουμε στην q_1 όπου η λέξη γίνεται αποδεκτή. Φυσικά θα μπορούσαμε να μεταβούμε νωρίτερα στην q_1 αλλά αυτό θα οδηγούσε το αυτόματο σε αδιέξοδο (δεν καθορίζονται μεταβάσεις από την q_1).



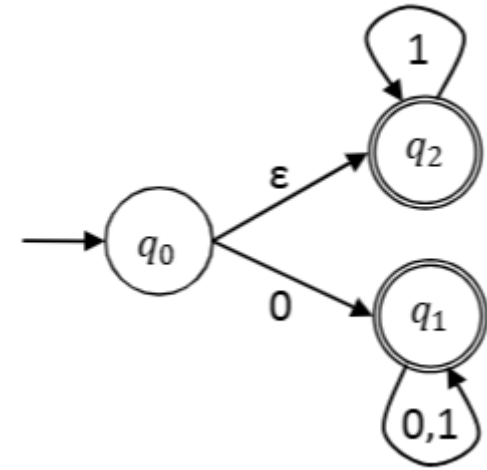
Μας ενδιαφέρει μόνο να βρούμε κάποιον τρόπο να πάμε από την αρχική σε κάποια τελική τελειώνοντας τη συμβολοσειρά. Αυτό αρκεί για να αποδεχθεί το ΜΠΑ.

Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ)

Για τη γλώσσα $L_1 = \{x \in \{0, 1\}^* \mid \text{η } x \text{ αρχίζει με } 0 \text{ ή δεν περιέχει καθόλου } 0\}$ έχουμε το μη ντετερμινιστικό αυτόματο:

Το αυτόματο έχει 3 καταστάσεις (αρχική την q_0 και δύο τελικές, τις q_1, q_2). (Το αυτόματο αρχικά βρίσκεται στην q_0 . Υπάρχει η δυνατότητα να μεταβούμε στην q_2 χωρίς κανένα σύμβολο (γι' αυτό το βέλος έχει την κενή συμβολοσειρά ε , αντί για 0 ή 1). Ουσιαστικά η q_2 αποδέχεται τις λέξεις της μορφής 1^* , ενώ η q_1 τις λέξεις που αρχίζουν από 0. Π.χ. το αυτόματο δέχεται την $x = 111$ επειδή πάει από την q_0 στην q_2 με την ε -μετάβαση, και παραμένει στην q_2 που είναι τελική.

Παρατηρήστε ότι η κανονική έκφραση για την L_1 είναι $1^* + 0(0 + 1)^*$ και αυτό ακριβώς μοντελοποιεί το αυτόματο.



Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ)

Διαφορές ενός μη ντετερμινιστικού πεπερασμένου αυτόματου M από ένα ΝΠΑ:

- Σε κάθε κατάσταση, για κάποιο σύμβολο a του αλφαβήτου μπορεί να έχουμε παραπάνω από μία πιθανές μεταβάσεις.
- Σε κάθε κατάσταση, για κάποιο σύμβολο a του αλφαβήτου μπορεί να μην καθορίζεται καμία μετάβαση.
- Σε κάθε κατάσταση, μπορεί να έχουμε ε -μεταβάσεις, δηλαδή δυνατότητα να μεταβούμε σε άλλη κατάσταση χωρίς να διαβαστεί σύμβολο.

Γενικά, θα χρησιμοποιούμε τη συντομογραφία ΜΠΑ για τα μη ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα χωρίς ε -μεταβάσεις, και τη συντομογραφία ΜΠΑ- ε για τα μη ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα με ε -μεταβάσεις.

Ο χαρακτηρισμός «μη ντετερμινιστικό» προέρχεται από το γεγονός ότι για κάθε κατάσταση και για κάθε σύμβολο, η μετάβαση στην επόμενη κατάσταση δεν είναι πάντα υποχρεωτικά μοναδική, αλλά μπορεί να υπάρχουν δυνατότητες (αυθαίρετης επιλογής).

Μη Ντετερμινιστικά Πεπερασμένα Αυτόματα (ΜΠΑ)

Ένα ΜΠΑ (χωρίς ε-κινήσεις) είναι μια διατεταγμένη πεντάδα $(Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$, όπου

- Q είναι το σύνολο των καταστάσεων του αυτόματου.
- Σ είναι το αλφάβητο.
- $q_0 \in Q$ είναι η αρχική κατάσταση.
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ είναι η **συνάρτηση μετάβασης**. Η δ καθορίζει για κάθε $q \in Q$ και για κάθε $a \in \Sigma$ το **σύνολο των πιθανών επόμενων καταστάσεων** στις οποίες μπορεί να μεταβεί το αυτόματο όταν βρίσκεται στην q και διαβάζει το a .
Δηλαδή $\delta(q, a) = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$.
- $F \subseteq Q$ είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων, δηλαδή των καταστάσεων στις οποίες το αυτόματο αποδέχεται την είσοδο.

Με 2^Q συμβολίζουμε το δυναμοσύνολο του συνόλου Q , δηλαδή το σύνολο όλων των υποσυνόλων του Q . Όπως και στα ΝΠΑ, συχνά τη συνάρτηση μετάβασης την περιγράφουμε με τον πίνακα μετάβασης. Απλά αντί για καταστάσεις έχουμε σύνολα καταστάσεων. Έτσι ο πίνακας μετάβασης για το αυτόματο του παραδείγματος 1 είναι:

	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\emptyset$